Mémo d'analyse L1

Alexandre FAURE

27 juillet 2007

Le présent document est un recueil des principaux théorèmes d'analyse utilisé lors des cours de mathématiques dispensés à l'université Paul Sabatier (Toulouse III). On pourra considérer ce document comme un aide-mémoire avec une description brève de chaque théorème.

1 Théorème de Rolle

C'est un théorème très intuitif de part le fait que la visualisation de celui-ci permet immédiatement d'en percevoir la principale subtilité : l'existence d'extremum.

Pour tout nombre réel a et b tels que $a < b$ et pour toute fonction à valeurs réelles continues sur l'intervalle $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ telle que $f(a) = f(b)$ alors il existe au moins un élément $c \in]a, b[$ tel que : $f'(c) = 0$.

2 Théorème des fonctions réciproques

Un théorème très intéressant dans la mesure où il permet de calculer la derivée d'une fonction réciproque qui remplie certaines conditions.

Soit $f : I \to J$ $(I \subset R)$ bijective et dérivable sur I. Alors $f^{-1} J \to I$, réciproque de f, est dérivable en tout point y de J tel que $f'(f^{-1}(y)) \neq 0$ et : $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$.

3 Théorème des accroissements finis

On le considére comme un corollaire du théorème de Rolle.

En prenant pour acquis le théorème de Rolle, on peut écrire : $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

4 Règle de l'Hopital

Un théorème qui permet de s'affranchir de la notion de limite et de s'intéresser aux dérivées.

Si f et g sont deux fonctions dérivables en a, s'annulant en ce point et telles que le quotient $\frac{f'(a)}{g'(a)}$ soit définit, alors $lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$.

ATTENTION : *Ce document n'est en aucun cas considéré comme complet. D'autres théorèmes importants viendront s'ajouter ultérieurement.*